

Le second degré



Outils Mathématiques

Prérequis

Etre capable de :

- ❖ Résoudre une équation du 1^{er} degré à une inconnue ;
- ❖ Traiter un problème du 1^{er} degré à l'aide d'une équation.

Objectifs

Etre capable de :

- Résoudre une équation du 2nd degré ;
- Factoriser un polynôme du 2nd degré.

I. Résolution d'une équation du type : $ax^2 + bx + c$

On admettra le résultat suivant :

Pour résoudre l'équation du 2nd degré $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$:

➤ on calcule le **discriminant** noté Δ :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

➤ on distingue 3 cas :

- si $\Delta < 0$,

l'équation n'a **pas de solution**

- si $\Delta = 0$,

l'équation a **une solution unique** :

$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$

- si $\Delta > 0$,

l'équation a **deux solutions distinctes** :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

II. Factorisation d'un polynôme du 2nd degré

Soit le polynôme :

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

Alors on peut le factoriser sous la forme :

➤ si $\Delta > 0$:

$$P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

➤ si $\Delta = 0$:

$$P(x) = a(x - x_0)^2$$

➤ si $\Delta < 0$,

le polynôme **ne peut pas être factorisé**.

On appelle x_0 , x_1 et x_2 les **racines** du polynôme.

III. Etude du signe du polynôme ax^2+bx+c

- Si le polynôme n'a pas de racines ($\Delta < 0$), alors, pour tout x réel, il est du signe de a .
- Si le polynôme a une ou deux racines ($\Delta \geq 0$), alors on effectue la factorisation du polynôme et on construit un tableau de signes.